

# Mathematik-Projektstage am Berthold-Gymnasium Freiburg

Alexander Arenz & Lars Holzäpfel

Lehramtsstudierende im Masterstudium der Pädagogischen Hochschule Freiburg gestalten ein Mathematikprojekt für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 5-10.

Eine Gruppe von 20 Lehramtsstudierenden der Pädagogischen Hochschule Freiburg bietet ein Matheprojekt im Rahmen der Projektstage am 25. Und 26. Juli 2022 an. Die Studierenden wurden im Rahmen eines Masterseminars am Institut für Mathematische Bildung (IMBF) von Prof. Dr. Lars Holzäpfel bei den Vorbereitungen begleitet und konnten so die erlernte Theorie direkt in der Praxis anwenden. Für die Schülerinnen und Schüler boten sich zwei erlebnisreiche Tage mit vielen Problemstellungen aus unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik – betreut von Alexander Arenz und Lars Holzäpfel. Das Konzept: Aus alltagsweltlichen, sinnstiftenden Kontexten werden Problemstellungen formuliert, die mittels Mathematik eine Antwort finden. Dieses Prinzip des entdeckenden und problemlösenden Lernens fußt auf einer Reihe von Forschungserkenntnissen aus der Mathematikdidaktik und aus der Lernpsychologie, mit denen sich die Studierenden im Laufe des Semesters intensiv befasst haben. Die Problemstellungen und Kontexte wurden so ausgewählt, dass sie für die Schülerinnen und Schüler zugänglich, interessant und herausfordernd zugleich waren. In einigen Fällen wurden auch historische Bezüge hergestellt zur Entstehung dieser Fragestellungen in der Geschichte der Mathematik.

Die Schülerinnen und Schüler entdeckten für sich Strategien und Heuristiken, um sich in unbekanntem Situationen zurechtzufinden und zu (mathematischen) Erkenntnissen zu gelangen. Dabei wurde ihre Kreativität gefordert und gefördert und auch das Dialogische stand im Fokus – schließlich ist die Mathematik in großen Teilen auch eine dialogische Wissenschaft, die –wie durch das Beweisen deutlich wird –fiktive oder reale Partner überzeugen will. Dies konnten die Schülerinnen und Schüler in diesen beiden Tagen erleben. Die Studierenden konnten ihre ersten Erfahrungen vor der Klasse machen. Eine ausführliche und intensive Begleitung war gegeben, und so konnten die Seminarinhalte, die über ein Semester bearbeitet wurden, nun in die Praxis umgesetzt werden.

Was genau wurde gemacht? Ein paar Einblicke:

## **1. Aufgabe: Eine Sightseeing-Tour durch Freiburg planen**

Der 1707 in Basel geborene Leonhard Euler befasste sich u.a. mit der Frage, wie man Rundtouren so optimieren kann, dass man Wege nicht doppelt gehen muss und dann auch wieder beim Ausgangspunkt herauskommt. Diese Fragestellung – aus dem Teilgebiet der Diskreten Mathematik – haben die Schülerinnen und Schüler in Bezug auf eine Tourenplanung durch Freiburg bearbeitet. Sie modellierten dazu passende Graphen und diskutierten verschiedene Kriterien der Wege-Optimierung.

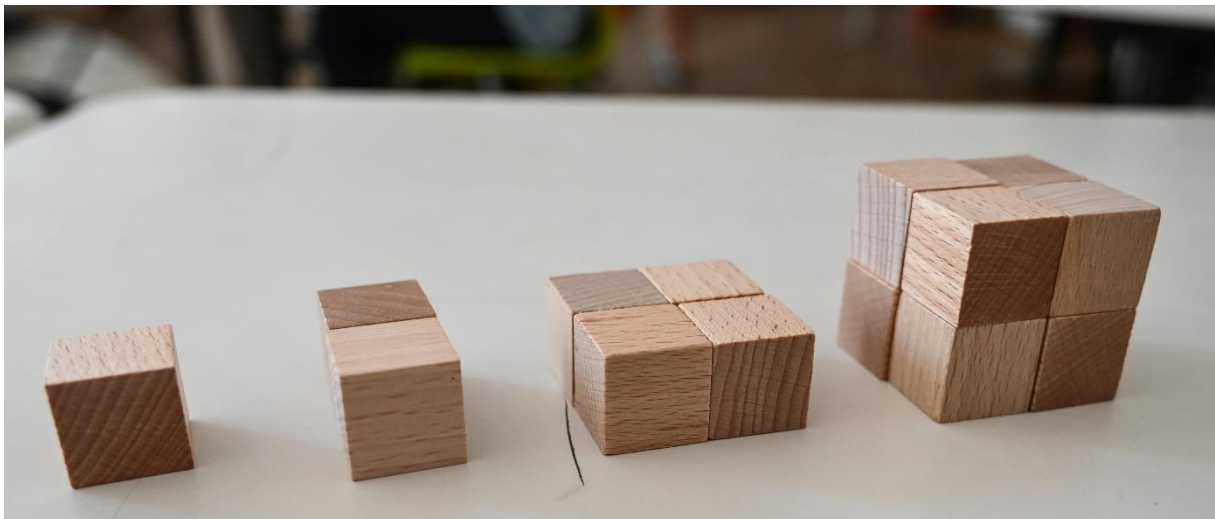


## 2. Aufgabe: Schokoladen-Verpackungen unter der Lupe

Wer schon einmal am Schokoladenregal im Supermarkt stand, hat sicherlich die unterschiedlichen Verpackungen wahrgenommen: Die Vielfalt an Form und Größe ist unüberschaubar und nicht zuletzt variieren auch die Inhalte beträchtlich. Hierzu lassen sich viele mathematische Fragen stellen – v.a. können die Verpackungen miteinander verglichen werden; z.B. was die Frage nach Oberfläche und Inhalt angeht: Haben diese drei Schokoladenverpackungen dasselbe Oberflächen-Volumen-Verhältnis? Und wie verhält es sich mit dem Inhalt?

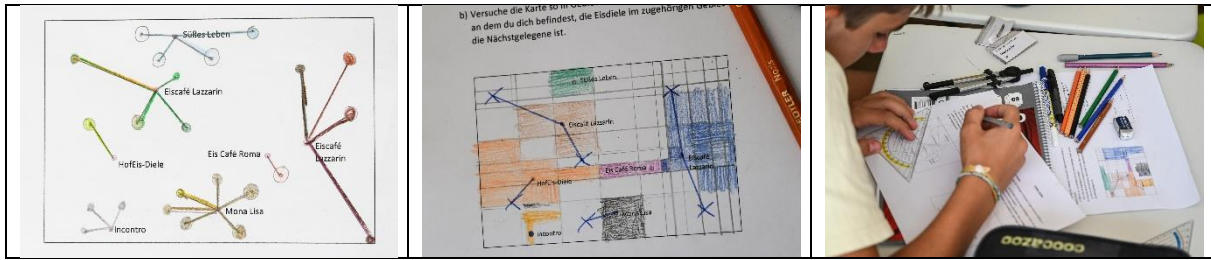


Die Überlegungen zur Veränderung des Volumens in Abhängigkeit zur Veränderung der Kantenlängen wurden mit Materialien erkundet:

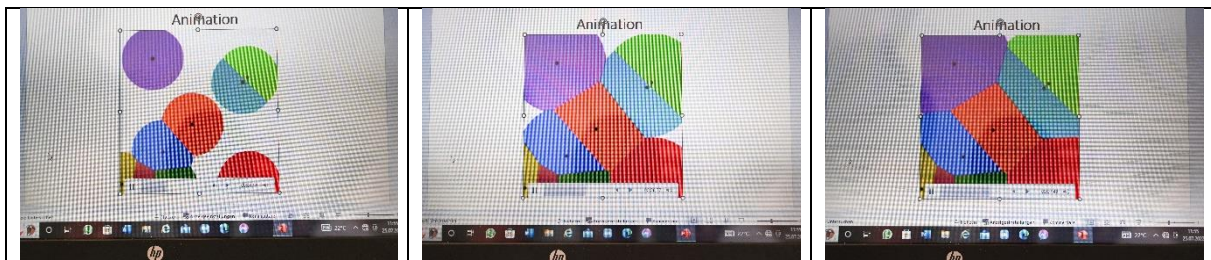


### 3. Aufgabe: Welche Eisdiele ist die nächstgelegene?

Solche Fragestellungen lassen sich in verschiedensten Kontexten formulieren – das haben Mathematiker:innen schon frühzeitig festgestellt und die so genannten Voronoi-Diagramme entwickelt. Will man ein Gebiet so einteilen, dass ersichtlich ist, wohin man gehen muss, um zur nächstgelegenen Eisdiele zu gelangen, dann braucht man ein paar mathematische Überlegungen aus der Geometrie. Die Schülerinnen und Schüler haben sich hiermit der Frage nach Abständen befusst und die folgenden Lösungsansätze zur Findung der Gebietsgrenzen überlegt:



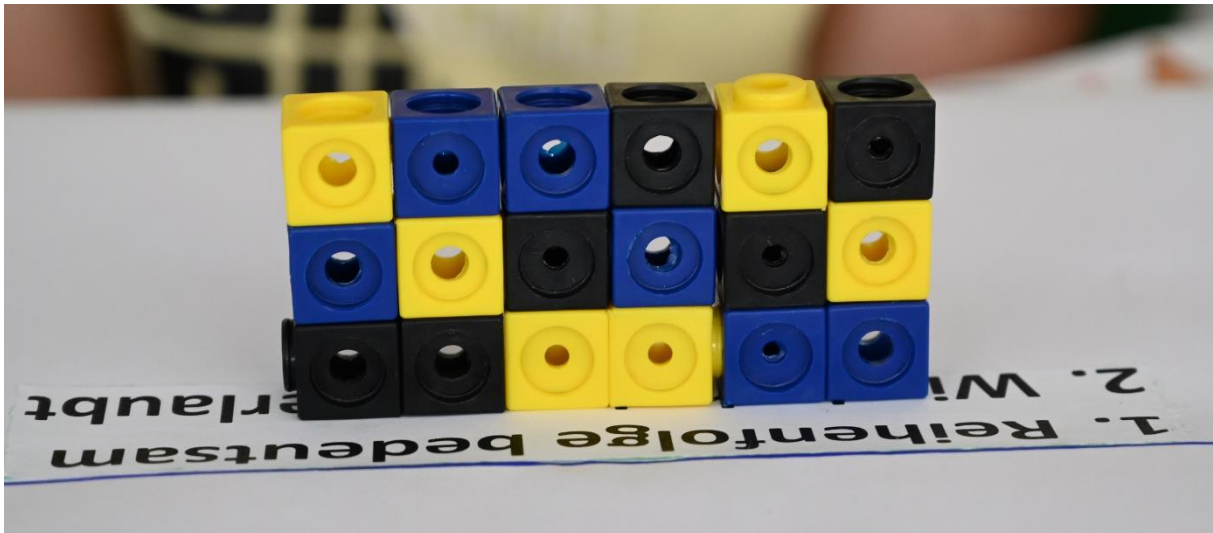
Eine Animation zeigt, wie man ausgehend von immer größer werdenden Kreisen um die Eisdielen schließlich zu einer Gebietseinteilung mit geraden Strecken kommt – dies sind immer die Mittelsenkrechten zwischen zwei Punkten (Eisdielen).



#### Aufgabe 4: Kombinatorik an der Eisdielen

Kennen Sie das auch: Wenn man an der Eisdielen drei Eissorten bestellt und die Reihenfolge in der Waffel dann anders bekommt, als man diese bestellt hat? Ärgerlich! – oder eben auch nicht ... Und genau darum ging es: Wie viele verschiedene Eis-Kombinationen gibt es eigentlich, wenn man aus 5 Lieblingsorten 3 Kugeln auswählt? Dabei kommen zwei Fragen auf: Lässt man gleiche Sorten zu? Und: Spielt die Reihenfolge eine Rolle? Die zweite Frage lässt sich eigentlich schon durch die Eingangsfrage an der Eisdielen abbilden: Becher oder Waffel? Im Becher kann man (oft) in beliebiger Reihenfolge essen – in der Waffel hingegen ist in der Regel festgelegt, welches Eis man zuerst und welches als letztes isst. Die Schülerinnen und Schüler sind in ihren Entdeckungen genau auf diese Fragen gekommen und haben dann überlegt, wie man die Anzahl der verschiedenen Eis-Kombinationen jeweils bestimmen kann. Folgende Überlegungen zeigen sowohl rechnerische Herangehensweisen als auch systematisches Zählen:



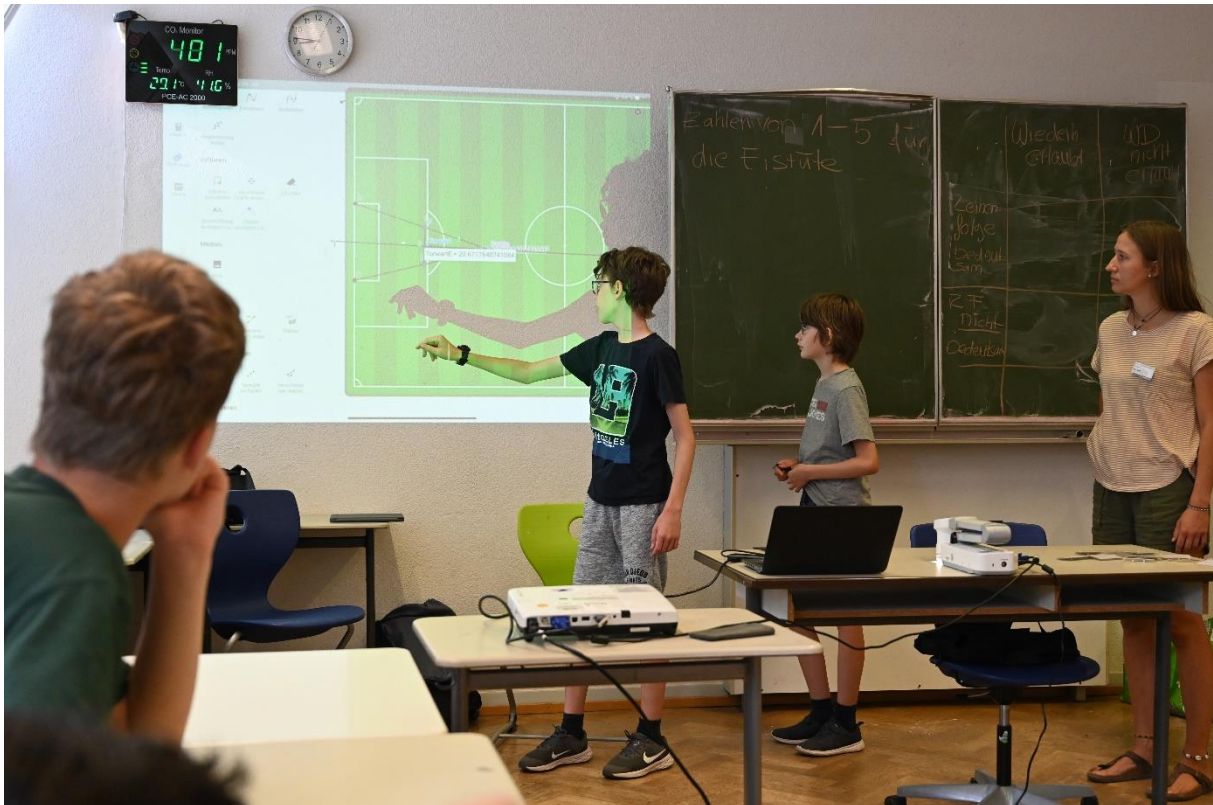


### Aufgabe 5: Geometrie auf dem Fussballfeld

Um Torchancen wird viel diskutiert – doch welche Mathematik steckt dahinter? An typischen Spielsituationen analysieren die Schüler mithilfe von DGS (Dynamische Geometrie Software) an Tablets die unterschiedlichen Torschusswinkel. Spannend sind die Veränderungen der Winkel, je nachdem, welche Laufwege die Spieler:innen vornehmen. Wie verändert sich der Winkel beispielsweise, wenn ein Spieler entlang einer Seitenlinie nach vorne läuft? Klar: der Torschusswinkel wird immer größer, je weiter er läuft – allerdings gibt es einen Punkt, ab dem sich der Winkel dann schlagartig verkleinert. Ein paar Schritte zu viel, und die große Chance auf ein Tor ist verpasst!



Eine weitere Frage stellte sich bezogen auf die Aussage „Der Torwart muss raus!“ – was heißt das bezogen auf die Schusswinkel bzw. die Abwehr? Auch das konnte mithilfe des DGS erkundet werden. Die Studierenden haben hierzu passende Dateien vorbereitet:



**Aufgabe 6: „Ich mag am liebsten die grünen Schokolinsen – davon sind in meiner Packung am wenigsten drin!“**

Ist das wirklich so, dass von der Liebblingsorte immer die wenigsten in der Packung sind? Dieser Frage sind die Schüler:innen nachgegangen: Sie haben zunächst ihre eigene Packung analysiert und dann wurden die Packungen der ganzen Klasse und schließlich auch noch die der Studierenden mitgezählt. Was ist passiert? Bei dieser Aufgabenstellung lassen sich statistische Kenngrößen erkunden und durch die Zusammenlegung vieler Einzelergebnisse konnte dann auch das Gesetz der großen Zahlen erlebbar werden: die Angleichung der Anzahlen einzelner Farben wird schon nach wenigen Schritten deutlich.

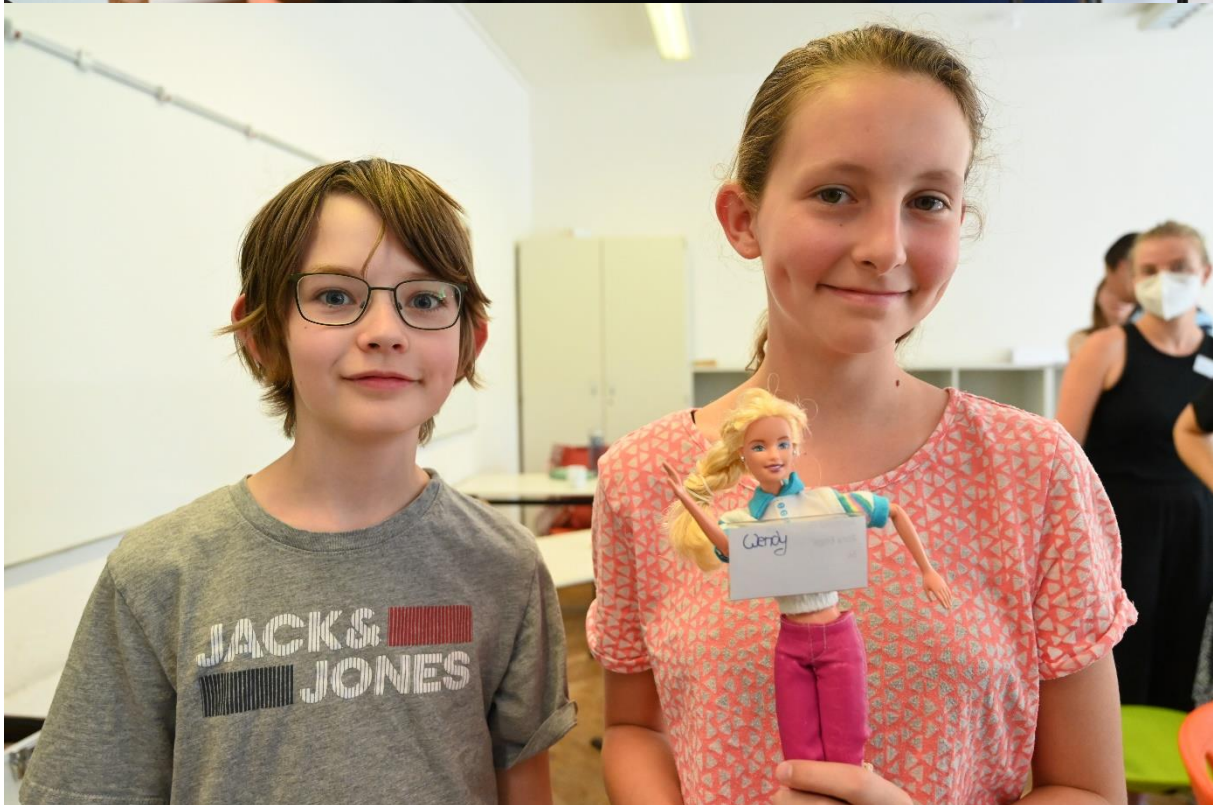


Und hierbei wurde mit der Tabellenkalkulation gearbeitet. Die Studierenden haben entsprechende Vorlagen vorbereitet, die die Schüler:innen dann nutzen konnten:



**Aufgabe 7: Mathematik beim Bungee-Jump!**

Eine Aufgabe, die ihren Ursprung wohl in Australien hat, sorgte bereits bei der Ausschreibung des Mathematik-Projektes für Neugier: Der Barbie-Bungee-Jump. Ganz einfach: Man lässt eine Barbie-Puppe aus dem 3. OG des Schulgebäudes springen – an den Beinen sind Gummiringe befestigt.



Die Schüler:innen hatten die Aufgabe, durch Versuchsreihen im Klassenzimmer zu entscheiden, wie viele Gummiringe sie ihrer Barbie-Puppe anlegen müssen, damit diese

möglichst weit nach unten fliegt, jedoch nicht auf dem Boden aufschlägt. Die Herausforderung bestand nun darin, ein geeignetes Modell zu formulieren, welches eine Vorhersage für die Höhe von 9m Sprunghöhe möglichst präzise erlaubt. Über die Ausdehnung von Gummiringen lässt sich wenig aussagen – es muss letztlich empirisch erprobt werden, indem Daten gesammelt und dann extrapoliert werden. Ob es sich dabei eher um einen linearen oder quadratischen funktionalen Zusammenhang handelt, wurde von den Schüler:innen diskutiert.



Mittels Tabellenkalkulation wurden Werte erfasst und dann hochgerechnet bzw. in Form eines Graphen dargestellt und dann abgelesen:



Glücklicherweise haben es alle Barbies überlebt!

